

# FONDAMENTI MATEMATICI PER L'INFORMATICA

CORSO DI LAUREA IN INFORMATICA

A.A.: 2014/15

21 LUGLIO 2015

Innanzitutto si compilino i campi sottostanti

Totale	1	2	3	4	5

Cognome

Nome

Numero di Matricola

Poi si svolgano su foglio protocollo i seguenti esercizi e si risponda alla domanda di teoria. Ogni risposta deve essere adeguatamente motivata. Si terrà conto non solo della correttezza dei risultati, ma anche della completezza e chiarezza delle spiegazioni. Non sono consentite attrezzature elettroniche di alcun tipo, incluse le calcolatrici tascabili e i telefoni cellulari, né libri, né appunti. Si consegni solo la bella copia, inserendo questo foglio all'interno.

**Esercizio 1.** Si dimostri per induzione su  $n \in \mathbb{N}$  la seguente proprietà :

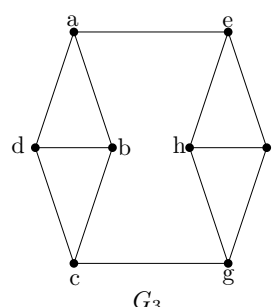
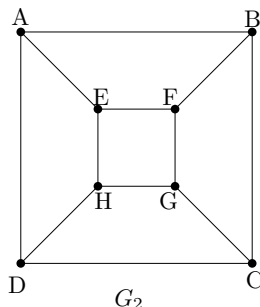
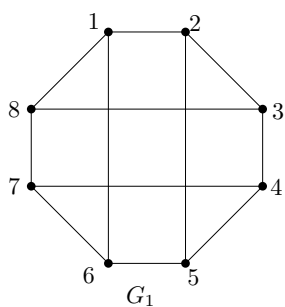
$$\sum_{k=1}^n \frac{4k^2 + 2k - 1}{(2k + 1)!} = 1 - \frac{1}{(2n + 1)!} \quad \forall n \geq 1$$

**Esercizio 2.** Determinare tutte le soluzioni (se esistono) del seguente sistema di congruenze:

$$\begin{cases} x \equiv -7 \pmod{21} \\ x \equiv 41 \pmod{81} \end{cases}$$

Si determini, motivando la risposta, se esiste una soluzione divisibile per 14. [203]<sub>567</sub>  
[SI]

**Esercizio 3.** Detti  $G_1$ ,  $G_2$  e  $G_3$  i grafi sotto rappresentati, stabilire, motivando la risposta, quali sono tra loro isomorfi. [ $G_1 \cong G_2$ ;  $G_1 \not\cong G_3$ ;  $G_2 \not\cong G_3$ ]



**Esercizio 4.** *Si dica, motivando la risposta, quale dei seguenti vettori*

$$d_1 = (1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 3, 3, 3, 3, 4) \quad d_2 = (2, 2, 3, 3, 4, 5, 6, 6, 6, 7, 7)$$

*è lo score di un grafo e, in caso lo sia, si costruisca un tale grafo applicando il teorema dello score.*

$[d_1 : SI; d_2 : NO]$

*Si dica inoltre se*

*i) esiste un tale grafo che sia anche un albero;*

$[SI]$

*ii) esiste un tale grafo che sia sconnesso;*

$[SI]$

*iii) esiste un tale grafo che sia Hamiltoniano.*

$[NO]$

**Esercizio 5 (Domanda di teoria).** *Si enunci e dimostri il teorema che determina le soluzioni di ogni congruenza lineare della forma  $ax \equiv b \pmod n$ .*